

CORRIGÉ - MÉTROPOLE 2022  
**MATHÉMATIQUES**  
SUJET CORRIGÉ DU 30 JUIN

**Exercice 1 :**

1. Les droites (AC) et (BD) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AB), elles sont donc parallèles entre elles.

2. Les points A, E, B sont alignés dans cet ordre, les points C, E, D sont alignés dans cet ordre, et les droites (AC) et (BD) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{EA}{EB} = \frac{EC}{ED} = \frac{AC}{BD}$ .

En particulier,  $\frac{EA}{EB} = \frac{AC}{BD}$  donc  $\frac{20}{5} = \frac{AC}{1}$  d'où  $AC = 4$  is.

La rivière est donc large de 4 pas.

3. Le triangle CAE est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore, on a :  $CE^2 = AC^2 + AE^2$ .

Or  $AC = 4$  pas =  $4 \times 0,65$  m = 2,6 m car 1 pas = 65 cm = 0,65 m  
et  $AE = 20$  pas =  $20 \times 0,65$  m = 13 m.

On en déduit que  $CE^2 = 2,6^2 + 13^2 = 175,76$ , d'où  $CE = \sqrt{175,76} \simeq 13,3$  m.

4. a. Le bâton parcourt 13,3 mètres en 5 secondes.

Sa vitesse est donc  $v = \frac{13,3}{5} = 2,66$  m/s.

4. b. Une vitesse de 2,66 m/s correspond à  $2,66 \times 3600$  m/h car 1 heure contient 3600 secondes, soit 9 576 m/h, ou encore 9,576 km/h, ce qui est inférieur à 10 km. L'affirmation est correcte.

## Exercice 2 :

- 1 Réponse A
- 2 Réponse B
- 3 Réponse B
- 4 Réponse B
- 5 Réponse C

## Exercice 3 :

1. a. C'est la proposition 3 car dans la proposition 1, 9 n'est pas premier : il se décompose en  $3^2$  et dans la proposition 2, 21 n'est pas premier :  $21 = 3 \times 7$ .

1. b.  $156 = 2 \times 78 = 2 \times 2 \times 39 = 2^2 \times 3 \times 13$ .

2, 3 et 13 étant des nombres premiers, la décomposition de 156 en produit de facteurs premiers est  $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ .

**2. a.** Elle ne peut pas faire 36 paquets car 156 n'est pas un multiple de 36 :

$$\frac{156}{36} = \frac{13}{3} \simeq 4,33 \quad , \text{ ce qui n'est pas un nombre entier.}$$

**2. b.** Elle peut réaliser au maximum  $2^2 \times 3 = 12$  paquets car c'est le produit des facteurs communs aux décompositions en produit de facteurs premiers des nombres 156 et 252.

**2. c.**  $\frac{252}{12} = 21$  et  $\frac{156}{12} = 13$  donc chaque paquet contiendra 21 cartes de type « feu » et 13 cartes « terre ».

**3.**  $252 + 156 = 408$  : elle a 408 cartes dont 156 de type « terre ». La probabilité qu'une carte choisie au hasard dans tout le paquet soit de type « terre » est donc  $\frac{156}{408} = \frac{13}{34}$  soit environ 0,38.

## Exercice 4 :

**1.** L'aire du carré est donnée par l'expression  $x^2$ .

**2.** L'aire du rectangle est donnée par l'expression

$$(x - 3)(x + 7) = x \times x + 7x - 3x - 3 \times 7 = x^2 + 4x - 21.$$

**3.** Ligne 5 il faut écrire 4 pour ajouter le terme  $4x$  dans la formule de l'aire du rectangle.

Ligne 6 il faut écrire pour retirer 21 dans le calcul de l'aire du rectangle.

Ligne 7 il faut écrire  $-21$  pour qu'il affiche la valeur calculée dans la variable R, correspondant à l'aire du rectangle.

**4.** Pour  $x = 8$  le programme renvoie  $8^2 + 4 \times 8 - 21 = 64 + 32 - 21 = 75$ .

**5.** L'aire du rectangle est égale à celle du carré si, et seulement si

$$x^2 + 4x - 21 = x^2$$

ce qui équivaut à  $4x - 21 = 0$ , soit  $4x = 21$ , d'où  $x = \frac{21}{4}$

$$x = 5,25$$

Pour que l'aire du rectangle soit égale à celle du carré, il faut que la longueur soit égale à 5,25.

## Exercice 5 :

**1.** La fuite est d'une goutte par seconde. Or il y a 3600 secondes par heure et 24 heures par journée, donc il tombe  $3600 \times 24 = 86400$  gouttes par jour.

**2.**  $86400 : 20 = 4320$  donc le robinet perd 4 320 mL d'eau par jour, soit 4,32 L.

En une semaine, cela fait  $4,32 \times 7 = 30,24$  L.

3. Le rayon intérieur de la vasque est  $40 : 2 = 20$  cm, donc le volume de la vasque est  $\pi \times 20^2 \times 15 \simeq 18850$  cm<sup>3</sup>, soit environ 18,85 L en divisant par 1000 pour convertir les cm<sup>3</sup> en dm<sup>3</sup>.

4. Le volume d'eau qui fuit en une semaine (30,24 L) est supérieur au volume de la vasque (18,85 L) donc elle va déborder.

5.  $165 - 148 = 17$  L: la consommation quotidienne moyenne des français a diminué de 17 L entre 2004 et 2018.

$\frac{17}{165} \simeq 0,10$  donc cette diminution est de 10 % environ.